

שאלות להגשה

1. נניח ש- d אולטרא-מטריקה על X . הוכיחו:
 - (א) אם B_1 ו- B_2 שני כדורים (פתוחים) שאינם זרים, אז אחד מהם מוכל בשני.
 - (ב) כל כדור פתוח הוא קבוצה סגורה.
2. נניח ש- $\langle X, \preceq \rangle$ קבוצה סדורה קווית. הוכיחו:
 - (א) הטופולוגיה על X_I עדינה מזו על X_o .
 - (ב) כל קטע חצי פתוח מימין הוא גם סגור ב- X_I .
3. בכל אחד מהסעיפים נתונה קבוצה X ושתי טופולוגיות. קיבעו לגבי כל אחת האם היא מעדנת את האחרת.
 - (א) $X = \mathbb{N}$, עם טופולוגיית הסדר (עבור הסדר הרגיל) ועם הטופולוגיה הדיסקרטית.
 - (ב) $X = \{0, 1\} \times \mathbb{N}$, עם טופולוגיית הסדר עבור הסדר המילוני (כלומר, $\langle i, n \rangle \preceq \langle j, m \rangle$ אם $i < j$ או $i = j$ ו- $n \leq m-1$), ועם הטופולוגיה הדיסקרטית.
 - (ג) $X = \mathbb{R}$ עם טופולוגיית הסדר, ועם הטופולוגיה שנוצרת על-ידי קטעים פתוחים שהקצוות שלהם ב- \mathbb{Q}_∞ .
 - (ד) $X = \mathbb{R}$ עם טופולוגיית הגבול התחתון, ועם הטופולוגיה שנוצרת על-ידי קטעים חצי פתוחים מימין שקצוותיהם ב- \mathbb{Q}_∞ .
 - (ה) $X = \mathbb{R}$ עם טופולוגיית הסדר, ועם הטופולוגיה שנוצרת על-ידי קטעים חצי פתוחים מימין שקצוותיהם ב- \mathbb{Q}_∞ .
4. נגדיר $f: \mathbb{R}_I \rightarrow \mathbb{R}_I$ על-ידי: $f(x) = \max\{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq x\}$ (הערך השלם של x). הוכיחו ש- f רציפה.
5. נניח ש- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה ו"ח"ע. הוכיחו ש- f פתוחה. בפרט, אם f גם על, אז f הומאומורפיזם. אפשר להשתמש בשלבים הבאים:
 1. מספיק להראות ש- $I = f((-1, 1))$ פתוחה
 2. I חסומה
 3. I קטע
 4. I קטע פתוח
6. לכל זוג קטגוריות C ו- \mathcal{D} , מיצאו פנקטור נאמן¹ מ- C ל- \mathcal{D} .
 - (א) $C = \text{Set}$ (קטגוריית הקבוצות), ו- $\mathcal{D} = \text{Top}$ (מרחבים טופולוגיים).
 - (ב) עבור \mathbb{k} שדה נתון, $C = \text{Mat}_{\mathbb{k}}$ מדוגמא 1.3.4 ברשימות, $\mathcal{D} = \text{Vec}_{\mathbb{k}}$.
 - (ג) $C = \text{Set}_p$, הקטגוריה בה האובייקטים הם קבוצות, והמורפיזמים מ- A ל- B הם פונקציות חלקיות מ- A ל- B , ו- $\mathcal{D} = \text{Set}_*$, קטגוריית הזוגות $\langle X, x \rangle$ כאשר X קבוצה, ו- $x \in X$. מורפיזם מ- $\langle X, x \rangle$ ל- $\langle Y, y \rangle$ הוא פונקציה $f: X \rightarrow Y$ (של קבוצות) כך ש- $f(x) = y$.

¹כלומר, ח"ע על מורפיזמים