יש להגיש את הפתרונות עד יום רביעי בשעה 23:59 בשבוע שאחרי זה בו המטלה ניתנה.

שאלות להגשה

1. נוסחא כוללת היא נוסחא מהצורה $\forall x \psi(x,y)$ כאשר ψ חסרת-כמתים (x ו-y מספר כלשהו של משתנים). בהנתן תורה $\mathbb{T}$, נסמן ב-$\mathbb{T}_\forall$ את קבוצת כל הפסוקים הכוללים ϕ שנובעים לוגית מ-$\mathbb{T}$ (כלומר, $\mathbb{T} \models \phi$). נאמר שתורה היא כוללת אם היא מורכבת מפסוקים כוללים. תהי $\mathbb{T}$ תורה כלשהי.
   (א) הראו שאם $\mathcal{M}$ מודל של תורה כוללת $\mathbb{T}_0$, ו-$\mathcal{N}$ תת-מבנה של $\mathcal{M}$, אז גם $\mathcal{N}$ מודל של $\mathbb{T}_0$.
   (ב) אם $\mathcal{M}$ מודל של $\mathbb{T}_\forall$, נרחיב את החתימה על-ידי הוספת קבוע c_m לכל $m \in \mathcal{M}$ (מהסוג המתאים). נרחיב את התורה $\mathbb{T}$ לתורה $\mathbb{T}_\mathcal{M}$ בחתימה החדשה, על-ידי הוספת הפסוק $\phi(c_{m_1}, \dots, c_{m_k})$ לכל נוסחא חסרת כמתים ϕ ולכל $(m_1, \dots, m_k) \in \phi^\mathcal{M}$. הוכיחו (בעזרת משפט הקומפקטיות) ש-$\mathbb{T}_\mathcal{M}$ ספיקה.
   (ג) הסיקו מהסעיף הקודם שכל מודל של $\mathbb{T}_\forall$ הוא תת-מבנה של מודל של $\mathbb{T}$. בפרט מחלקת המבנים שהם תתי-מבנים של מודלים של $\mathbb{T}$ היא אלמנטרית.
   (ד) הסיקו שתורה $\mathbb{T}$ מקיימת שכל תת-מבנה של מודל הוא תת-מודל אם ורק אם היא שקולה לתורה כוללת