יש להגיש את הפתרונות עד יום רביעי בשעה 23:59 בשבוע שאחרי זה בו המטלה ניתנה.

שאלות להגשה

1. נסמן ב-Σ את החתימה של שדות, בתוספת סימן פונקציה חד-מקומית τ. לכל ראשוני p נבחר שדה $K_p \neq \mathbb{F}_p$ ממציין p, ונתבונן בו כמבנה עבור Σ כאשר τ מפורש כ-$\tau(x) = x^p$. נבחר על-מסנן לא ראשי $\mathcal{F}$ על קבוצת הראשוניים, ונסמן ב-K את על המכפלה של K_p ביחס ל-$\mathcal{F}$. הוכיחו שאין פולינום $p(x)$ מעל K כך ש-$\tau^K(x) = p(x)$ לכל $x \in K$. הוכיחו שהקבוצה $\{a \in K \mid \tau^K(a) = a\}$ היא תת-שדה אינסופי. מה קורה אם $K_p = \mathbb{F}_p$ לכל p?

2. נניח ש-$\mathcal{M}$ מבנה עם שוויון עבור חתימה Σ (עם סוג אחד, לשם הפשטות), ונניח ש-$\mathcal{N}$ מודל אחר של התורה של $\mathcal{M}$ (לאו דווקא עם שוויון)
   (א) הוכיחו ש-$=^{\mathcal{N}}$ הוא יחס שקילות על N (העולם של $\mathcal{N}$)
   (ב) הוכיחו שאם $\sim$ יחס שקילות גדיר על N^k אז $=^{\mathcal{N}}$ מעדן את $\sim$ (*יחס שקילות גדיר* על X הוא תת-קבוצה גדירה של X^2 שמהווה יחס שקילות על X. *מעדן* אומר שאם $a =^{\mathcal{N}} b$ אז $a \sim b$)
   (ג) נניח ש-$\mathcal{N}$ מבנה עבור Σ בו היחס $=^{\mathcal{N}}$ הוא יחס השקילות הגדיר הכי עדין (כמו בסעיפים הקודמים). הוכיחו שיש מבנה $\bar{\mathcal{N}}$ עם אותה תורה כמו $\mathcal{N}$, כך ש-$=^{\bar{\mathcal{N}}}$ הוא השוויון (*רמז:* נסחו והוכיחו טענה חזקה יותר, עבור נוסחאות)