

יש להגיש את הפתרונות עד יום רביעי בשעה 23:59 בשבוע שאחרי זה בו המטלה ניתנה.

שאלות להגשה

1. נניח ש- \mathbb{T} תורה ספיקה, שסגורה תחת גרירה לוגית (כלומר, אם $\mathbb{T} \models \phi$ אז $\mathbb{T} \models \phi$). הוכיחו שהתנאים הבאים שקולים:

1. \mathbb{T} שלמה (כלומר, לכל פסוק ϕ מתקיים $\mathbb{T} \models \phi$ או $\mathbb{T} \models \neg\phi$)
2. $\mathbb{T} = \text{Th}(\mathcal{M})$ עבור מבנה \mathcal{M} , כאשר $\text{Th}(\mathcal{M})$, התורה של \mathcal{M} , היא קבוצת הפסוקים ϕ עבורם $\phi^{\mathcal{M}} = 1$.
3. לכל שני מודלים \mathcal{M} ו- \mathcal{N} של \mathbb{T} מתקיים $\text{Th}(\mathcal{M}) = \text{Th}(\mathcal{N})$.
4. \mathbb{T} מקסימלית בין התורות שיש להן מודל

2. תהי Σ החתימה עבור גרפים, כלומר, בעלת סוג אחד V וסימן יחס דו-מקומי E . נזכיר שגרף הוא מבנה עבור חתימה זו שבו E סימטרי ואנטי-רפלקסיבי. לכל אחת ממחלקות הגרפים הבאות, החליטו (והוכיחו) האם היא מחלקה אלמנטרית (כלומר, האם קיימת תורה \mathbb{T} שזו מחלקת כל המודלים שלה)

- (א) גרפים חסרי מעגלים
- (ב) גרפים שיש בהם מעגל
- (ג) גרפים קשירים (כלומר שקיים מסלול בין כל שני צמתים)

3. נניח ש- K שדה אינסופי, ו- K התורה של מרחב וקטורי שונה מ-0 מעל K (בחתימה החד-סוגית, כמו בדוגמא 3.1.5 ברשימות). הוכיחו שביחס לתורה זו, כל נוסחא שקולה לנוסחא ללא כמתים. הסיקו שלא קיימת תורה בחתימה זו שהמודלים שלה הם בדיוק המרחבים ממימד 7. מה קורה במקרה ש- K שדה סופי?