יש להגיש את הפתרונות עד יום רביעי בשעה 23:59 בשבוע שאחרי זה בו המטלה ניתנה.

## שאלות להגשה

1. נניח ש-$x\in\mathcal{F}(P_1)$ ו-$y\in\mathcal{F}(P_2)$, כאשר $P_i$ שתיהן מוכלות בקבוצה $P$, ונסמן $P_0=P_1\cap P_2$. נניח ש-$\vdash\langle x\to y\rangle$. הוכיחו שקיים פסוק $z\in\mathcal{F}(P_0)$, כך ש-$\vdash\langle\langle x\to z\rangle\wedge\langle z\to y\rangle\rangle$.

*רמז:*

1. נניח ש-$a$ (פסוק המייצג) אטום מעל $P_0$ ונסמן ב-$\omega$ את ההשמה ל-$\mathcal{F}(P_0)$ עבורה $\omega(a)=1$. נניח ש-$P$ קבוצה המכילה את $P_0$. הוכיחו שאם $b$ פסוק מעל $P$ כך ש-$\omega_1(b)=0$ לכל הרחבה $\omega_1$ של $\omega$, אז $b\vdash\neg a$.
2. בתנאים של השאלה, הוכיחו שמספיק להראות ש-$y$ נובע לוגית מ-

$$\Gamma=\{u\in\mathcal{F}(P_0)\mid x\models u\}$$

3. נניח שעבור השמה $\omega$ ל-$P_2$ מתקיים $\omega(y)=0$. מה אפשר לומר על $\omega_1(x)$, כאשר $\omega_1$ הרחבה כלשהי ל-$P_1$ של הצמצום של $\omega$ ל-$P_0$?

2. הוכיחו את משפט הקריאה היחידה לשמות עצם: לכל סימן יחס $f\in\mathscr{F}_{w,a}$, ההעתקה

$$C_f:\mathscr{T}_{w(1)}\times\ldots\times\mathscr{T}_{w(n)}\to\mathscr{T}_a$$

היא חד-חד-ערכית.

רמז: הוכיחו ששם עצם לא יכול להיות רישא ממש של שם עצם אחר, באופן הבא. לכל מילה $v$ באורך $n$, הסתכלו על הפונקציה $p_v:\{0,\ldots,n\}\to\mathbb{Z}$ המוגדרת ברקורסיה על-ידי: $p_v(0)=0$ ו-$p_v(k+1)=p_v(k)+s(k+1)$, כאשר $s(k)=1$ אם $w(k)='('$, $s(k)=-1$ אם $w(k)=')'$, ו-$s(k)=0$ בכל מקרה אחר. מה אפשר להגיד על $p$ אם המילה $v$ היא שם עצם?